УДК 16

ОБЪЕДИНЕНИЕ НОРМАЛЬНЫХ И НЕНОРМАЛЬНЫХ МОДАЛЬНЫХ ЛОГИК В ОДНОЙ АКСИОМАТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЕ ФИЛОСОФСКОЙ ЭПИСТЕМОЛОГИИ

Лобовиков Владимир Олегович,

Институт философии и права
Уральского отделения Российской академии наук,
доктор философских наук, профессор,
Екатеринбург, Россия,
E-mail: vlobovikov@mail.ru

Аннотация

Впервые в аналитической философии универсальная теория знания точно формулируется и определяется как аксиоматическая система Ξ. Для ее формулировки используются четыре схемы аксиом. Использование метаязыка позволило сделать аксиоматическое определение системы Ξ философской эпистемологии значительно более простым и компактным (по сравнению с версиями, предложенными автором ранее). Конструируемая и обсуждаемая система Ξ непротиворечиво объединяет в одно целое нормальные и ненормальные модальные логики, что дает возможность непротиворечиво синтезировать в одной концептуальной схеме рационалистическую и эмпирицистскую парадигмы философствования о знании вообще. Систематическое конструирование и исследование дискретных математических моделей философии знания вообще и дальнейшее совершенствование аксиоматических систем универсальной философской эпистемологии (в частности, изучение системы Ξ) необходимо для построения адекватной метафизической подсистемы искусственного интеллекта автономных роботов.

Ключевые понятия:

нормальная-модальная-логика; ненормальная-модальная-логика; априорное-знание; апостериорное-знание; универсальная-философская-эпистемология; метафизическая-подсистема-интеллекта-автономного-робота.

Поскольку настоящая статья посвящена логике (знания), естественно начать ее с определений используемых терминов и значений символов того искусственного языка, на котором будет формулироваться предлагаемая аксиоматическая система эпистемологии (обозначим ее символом Ξ), объединяющая в одно целое нормальные и ненормальные (в смысле Крипке [9; 10]) модальные логики. Символы **→, ↔, &, ∨, ¬** используются в статье в их классическом смысле, а именно, обозначают классические логические операции «импликация (материальная)», «эквивалентность», «конъюнкция», «дизъюнкция (неисключающая)», «отрицание».

Предлагаемая в статье аксиоматическая система Ξ содержит в себе все формулы, аксиомы и правила вывода классической пропозициональной логики. Символы **α** и **β** (принадлежащие метаязыку) обозначают любые формулы, принадлежащие системе Ξ. Дополнительные формулы системы Ξ получаются с помощью следующего правила: если **α** есть формула из **Ξ, то Ψα** тоже есть формула из Ξ. Символ **Ψ** (принадлежащий метаязыку) обозначает некий (любой) элемент множества модальностей {**□, K, A, E, S, T, F, P, Z, G, O, B, U, Y, J**}. Символ □ обозначает алетическую модальность "необходимо". Символы **K, A, E, S, T, F, P, Z**, соответственно, обозначают модальности "субъект *знает,* что…", "субъект *a-priori знает,* что…", "субъект *a-posteriori знает,* что…", "при некоторых условиях в некотором пространстве-времени некий субъект (непосредственно или с помощью каких-то приборов и инструментов) *чувственно воспринимает* (имеет *чувственную верификацию*), что…", "*истинно*, что…", "субъект *верит*, что…", "*доказуемо*, что…", "существует *алгоритм* (может быть построена *машина*) *для эффективного установления* того, что…".

Символы **G, O, B, U, Y, J,** соответственно, обозначают модальности "(морально) *хорошо*, что…", "*обязательно*, что …", "*красиво*, что…", "*полезно*, что…", "*приятно* (доставляет наслаждение), что…", "это *радость*, что…". Значения вышеупомянутых символов определяются следующими ниже схемами собственных аксиом системы философской эпистемологии **Ξ,** которые (аксиомы) добавляются к аксиомам классической пропозициональной логики. Схемы аксиом и правила вывода классической пропозициональной логики применимы ко всем формулам системы **Ξ**, включая дополнительные (содержащие в себе символы, обозначающие модальности).

Схема аксиом AX-1: $\mathbf{A\alpha \rightarrow (\Box\beta \rightarrow \beta)}$.

Схема аксиом AX-2: $\mathbf{A\alpha \rightarrow (\Box (\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow (\Box\alpha \rightarrow \Box\beta))}$.

Схема аксиом AX-3: $\mathbf{A\alpha \leftrightarrow (K\alpha \ \& \ (\Box\alpha \ \& \ \Box\neg S\alpha \ \& \ \Box(\beta \leftrightarrow \Omega\beta))}$.

Схема аксиом AX-4: $\mathbf{E\alpha \leftrightarrow (K\alpha \ \& \ (\neg\Box\alpha \vee \neg\Box\neg S\alpha \vee \neg\Box(\beta \leftrightarrow \Omega\beta)))}$.

В AX-3 и AX-4, символ **Ω** (принадлежащий метаязыку) обозначает какой-то (любой) элемент множества $\mathfrak{R}$ = {**□, K, T, F, P, Z, G, O, B, U, Y, J**}. Назовем элементы множества $\mathfrak{R}$ "модальностями-*совершенства*" или просто "*совершенствами (perfections)"*.

Аксиоматическая система **Ξ** есть результат существенного дополнения, уточнения, обобщения и пере-формулировки аксиоматической системы, первоначально представленной в [2]. Первоначальная версия аксиоматизации эпистемологии содержала в себе следующие аксиомы AX-1 и AX-2, которые могут быть доказаны как теоремы в **Ξ**.

Аксиома AX-1: $\mathbf{Ap \leftrightarrow (Kp \wedge \Box p \wedge \neg\Diamond Sp \wedge \Box(p \leftrightarrow \Box p) \wedge \Box(p \leftrightarrow Tp) \wedge \Box(p \leftrightarrow Pp) \wedge \Box(p \leftrightarrow Fp) \wedge \Box(p \leftrightarrow Zp) \wedge \Box(p \leftrightarrow Op) \wedge \Box(p \leftrightarrow Gp))}$;

Аксиома AX-2: $\mathbf{Ep \leftrightarrow (Kp \wedge (\neg\Box p \vee \Diamond Sp \vee \neg\Box(p \leftrightarrow \Box p) \vee \neg\Box(p \leftrightarrow Tp) \vee \neg\Box(p \leftrightarrow Pp) \vee \neg\Box(p \leftrightarrow Fp) \vee \neg\Box(p \leftrightarrow Zp) \vee \neg\Box(p \leftrightarrow Op) \vee \neg\Box(p \leftrightarrow Gp))}$.

В этих аксиомах $\mathbf{p}$ обозначает некоторое высказывание, а $\Diamond\mathbf{p}$ является сокращением выражения $\neg\Box\neg\mathbf{p}$. В настоящей статье использование принадлежащего метаязыку символа $\mathbf{\Omega}$ позволило сделать формулировки схем аксиом AX-3 и AX-4 значительно более простыми и компактными по сравнению с соответствующими им слишком длинными и сложными аксиомами AX-1 and AX-2 первоначальной версии системы.

Важно обратить внимание на то, что (в самом общем виде) формулы $\mathbf{(\Box\alpha \to \alpha)}$ и $\mathbf{(K\alpha \to \alpha)}$ *недоказуемы* в Ξ. Вместо них в самом общем виде в Ξ доказуемы, соответственно, формулы $\mathbf{A\alpha \to (\Box\alpha \to \alpha)}$ и $\mathbf{A\alpha \to (K\alpha \to \alpha)}$. Более того, (в самом общем виде) правило Гёделя (necessitation-rule) отсутствует в списке правил вывода системы Ξ. Это значит, что, по определению [8; 9; 10; 12; 13], логика системы Ξ не является нормальной модальной логикой. Более того, вообще говоря, правило удаления модальности $\Box$ тоже не принадлежит множеству правил вывода системы Ξ. Однако, *при условии*, что $\mathbf{A\alpha}$, (но *не вообще*) следующее (ограниченное) правило $\Box$-удаления имеет законную силу: "Если $\mathbf{A\alpha} \vdash \Box\mathbf{\beta}$, то $\mathbf{A\alpha} \vdash \mathbf{\beta}$". (Здесь символ $\vdash$ обозначает формальную выводимость в Ξ из множества допущений.) Это ограниченное (допущением, что истинно высказывание $\mathbf{A\alpha}$) правило вывода демонстрируется следующей ниже короткой последовательностью схем формул.

1) $\mathbf{A\alpha \to (\Box\beta \to \beta)}$: схема аксиом AX-1.
2) $\mathbf{A\alpha}$: допущение.
3) $\mathbf{(\Box\beta \to \beta)}$: из 1 и 2 по *modus ponens*.
4) $\mathbf{A\alpha \vdash (\Box\beta \to \beta)}$: 1)–3).
5) $\mathbf{A\alpha \vdash \Box\beta}$: дано.
6) $\mathbf{A\alpha \vdash \beta}$: из 4)–5) по *modus ponens*.
7) Если $\mathbf{A\alpha \vdash \Box\beta}$, то $\mathbf{A\alpha \vdash \beta}$: 1)–6).

Более того, в системе Ξ нетрудно продемонстрировать, что *при условии*, что $\mathbf{A\alpha}$ (но *не вообще*), следующее (ограниченное) правило вывода (rule of *necessitation*) имеет законную силу: "Если $\mathbf{A\alpha \vdash \beta}$, то $\mathbf{A\alpha \vdash \Box\beta}$". Это правило обосновывается следующей последовательностью 1–10.

1. AX-3.
2. $\mathbf{A\alpha}$: допущение.
3. $\mathbf{K\alpha \,\&\, \Box\alpha \,\&\, \Box\neg S\alpha \,\&\, \Box(\beta \leftrightarrow \Omega\beta)}$: из 1 и 2 по правилам пропозициональной логики.
4. $\mathbf{\Box\,(\beta \leftrightarrow \Omega\beta)}$: из 3 по правилу &-удаления.
5. $\mathbf{(\beta \leftrightarrow \Omega\beta)}$: из 4 по (ограниченному) правилу $\Box$-удаления.
6. $\mathbf{A\alpha \vdash (\beta \leftrightarrow \Omega\beta)}$: согласно 1–5.
7. $\mathbf{A\alpha \vdash (\beta \leftrightarrow \Box\beta)}$: из 6 подстановкой $\Box$ вместо $\mathbf{\Omega}$.
8. $\mathbf{A\alpha \vdash \beta}$: дано.
9. $\mathbf{A\alpha \vdash \Box\beta}$: из 7 и 8, по правилам пропозициональной логики.
10. Если $\mathbf{A\alpha \vdash \beta}$, то $\mathbf{A\alpha \vdash \Box\beta}$: согласно 1–9.

В системе Ξ доказуема следующая метатеорема (схема теорем).

МЕТАТЕОРЕМА: Для любых элементов $\mathbf{\Phi}$ и $\mathbf{\Sigma}$ из множества $\Re$, схема формул $(\mathbf{A\alpha \to (\Phi\alpha \leftrightarrow \Sigma\alpha)})$ есть схема теорем. Следующая ниже последовательность схем формул является формальным доказательством этой метатеоремы в Ξ.

1. AX-3.
2. **$A\alpha \to (K\alpha \,\&\, (\Box\alpha \,\&\, \Box\neg S\alpha \,\&\, \Box(\beta \leftrightarrow \Omega\beta))$:** из 1 по правилу удаления $\leftrightarrow$.
3. **$A\alpha$**: допущение.
4. **$(K\alpha \,\&\, (\Box\alpha \,\&\, \Box\neg S\alpha \,\&\, \Box(\beta \leftrightarrow \Omega\beta))$:** из 2 и 3 по *modus ponens*.
5. **$\Box(\beta \leftrightarrow \Omega\beta)$:** из 4 по правилу удаления **&**.
6. **$(\beta \leftrightarrow \Omega\beta)$:** из 5 по правилу удаления $\Box$.
7. **$(\alpha \leftrightarrow \Sigma\alpha)$:** из 6 подстановкой (**α** вместо **β**, и **Σ** вместо **Ω**).
8. **$(\alpha \leftrightarrow \Phi\alpha)$:** из 6 by подстановкой (**α** вместо **β**, и **Φ** вместо **Ω**).
9. **$(\Phi\alpha \leftrightarrow \alpha)$:** из 8 по правилу коммутативности $\leftrightarrow$.
10. **$(\Phi\alpha \leftrightarrow \Sigma\alpha)$:** из 9 и 7 по транзитивности $\leftrightarrow$.
11. **$A\alpha \to (\Phi\alpha \leftrightarrow \Sigma\alpha)$:** из 1–10 по правилу введения $\to$.

С чисто технической точки зрения, доказательство этой метатеоремы не представляет особого интереса (слишком просто). Но с содержательной собственно философской точки зрения, эта теорема очень интересна и нетривиальна. Разнообразные конкретные примеры (частные случаи) этой метатеоремы широко известны как фундаментальные философские принципы. Ниже приведен ряд конкретных примеров (частных случаев) метатеоремы **$A\alpha \to (\Phi\alpha \leftrightarrow \Sigma\alpha)$.**

1) **$Ap \to (Gp \leftrightarrow Bp)$:** принцип *калокагатии*, развивавшийся Сократом, Ксенофонтом, Платоном, Аристотелем [4];
2) **$Ap \to (Gp \leftrightarrow Up)$:** принцип *утилитаризма* в этике (Бентам, Милль);
3) **$Ap \to (Gp \leftrightarrow Yp)$:** принцип *гедонизма* в этике (Аристипп, Эпикур);
4) **$Ap \to (Gp \leftrightarrow Tp)$:** принцип *оптимизма в этике* (Мальбранш, Лейбниц);
5) **$Ap \to (Tp \leftrightarrow Pp)$:** рационалистический принцип *оптимизма в эпистемологии* Лейбница и Гильберта [5];
6) **$Ap \to (Pp \leftrightarrow Zp)$:** рационалистический принцип *механистического (алгоритмического) оптимизма в эпистемологии* (Луллий, Лейбниц);
7) **$Ap \to (Tp \leftrightarrow Up)$:** принцип *прагматизма в теории истины* Пирса-Джеймса-Дьюи [7];
8) **$Ap \to (Tp \leftrightarrow Fp)$:** принцип *фидеизма в теории истины*;
9) **$Ap \to (\Box p \leftrightarrow Op)$:** естественно-правовой принцип *эквивалентности алетических и деонтических модальностей*, представленный в сочинениях Аристотеля и Лейбница [3; 6; 11];
10) **$Ap \to (\Box p \leftrightarrow \Box Gp)$:** естественно-правовой принцип *эквивалентности алетических и аксиологических модальностей,* представленный в трудах Аристотеля, Ульпиана, Фомы Фквинского [3; 6; 11];
11) **$Ap \to (\Box p \leftrightarrow \Box Op)$:** принцип естественного права, представленный в сочинениях Цицерона, Канта, Кельзена [3; 6; 11].

Приведенный выше в данной статье список фундаментальных философских принципов, организующих систему априорного знания, является открытым (может пополняться). Однако, завершая работу, важно подчеркнуть, что, согласно настоящей статье, перечисленные выше философские принципы имеют *точно формально определенную (существенно ограниченную)* сферу уместной применимости, а именно, они адекватны *при условии*, что **Ap**. При условии, что **Ep**, эти принципы как таковые уже неадекватны; не имеют законной силы. Таким образом, в системе **Ξ** есть место не только для *лишенного случайностей* мира Спинозы, но и для мира «Трактата» Витгенштейна [1] – *мира как тотальности фактов*, т. е. *случайных* истин. Более того, в системе **Ξ** есть место и для принципа фальсифицируемости научного (эмпирического) знания: этот принцип эмпиризма в философии науки представлен в схеме аксиом АХ-4 дизъюнктом $\neg\Box\boldsymbol{\alpha}$. Таким образом, рассмотренная в данной статье аксиоматическая система универсальной философской эпистемологии Ξ непротиворечиво *синтезирует* «рациональные зерна истины» рационализма и эмпиризма, устраняя противоречия между ними путем уточнения формулировок принципов и определений терминов.

---

1. Витгенштейн Л. Логико-философский трактат. М.: Издательство иностранной литературы, 1958. 133 с.

2. Лобовиков В.О. Аксиоматизация философской эпистемологии (Концептуальный синтез рационализма Лейбница и эмпиризма Локка, Юма, Мура) // Вестник Томского гос. ун-та. Философия. Социология. Политология. 2016. № 4 (36). С. 69–78. DOI: 10.17223/1998863X/36/7.

3. Лобовиков В.О. Аксиоматизация эпистемологии как средство экспликации теории права: «Дигесты» Юстиниана и проблема однородности естественного права // Научный журнал «Дискурс-Пи». 2016. № 3 (24). С. 48–60.

4. Лобовиков В.О. Доказательство теоремы о калокагатии в аксиоматической системе философской эпистемологии (Оптимизм и предустановленная гармония: от древнегреческой и раннехристианской философии к А.Э. Шефтсбери, Г.В. Лейбницу и К. Гёделю) // Научный журнал «Дискурс-Пи». 2016. № 4 (25). С. 256–264.

5. Лобовиков В.О. Аксиоматическое определение сферы адекватности рационалистического оптимизма Г.В. Лейбница, Д. Гильберта и К. Гёделя // Сибирский философский журнал. 2016. Т. 14. № 4. С. 69–81.

6. Лобовиков В.О. Уточнение формулировки и вариант решения проблемы эквивалентности деонтических, алетических и аксиологических модальностей с помощью аксиоматической системы философской эпистемологии // Эпистемы: Сборник научных статей. Выпуск 11: Оценки и нормы в структуре рационального знания. Екатеринбург: Издательско-полиграфическое предприятие «Макс-Инфо», 2016. С. 48–67.

7. Лобовиков В.О. Дедуктивное доказательство эквивалентности истинности и полезности априорного знания в аксиоматической системе эпистемологии (Точное аксиоматическое определение сферы адекватности главного принципа прагматизма «Истинно то, что полезно») // Сибирский философский журнал. 2017. Т. 15. № 2. С. 40–52.

8. Bull, R., Segerberg, K. Basic Modal Logic // D. Gabbay, F. Guenthner (eds.). Handbook of Philosophical Logic, vol. II: Extensions of Classical Logic. Dordrecht, Reidel Publishing Company, 1984. P. 1–88.

9. Kripke, S.A. Semantical Analysis of Modal Logic I. Normal Modal Propositional Calculi // Zeitschrift fur mathematische Logik und Grundlagen der Mathematik. 1963. V. 9 N. 5–6. P. 67–96.

10. Kripke, S.A. Semantical Analysis of Modal Logic II: Non-Normal Modal Propositional Calculi // The Theory of Models (Proceedings of the 1963 International Symposium at Berkley). Amsterdam: North-Holland, 1965. P. 206–220.

11. Lobovikov, V.O. An Important Problem of Homogeneity of the Natural Law and Solving it by Means of an Axiomatic System of Philosophical Epistemology //

XXVIII World Congress on the Philosophy of Law and Social Philosophy “Peace Based on Human Rights”, School of Law of the University of Lisbon, July 16 to 21, 2017, Lisbon: University of Lisbon, 2017. P. 653–654.

12. Priest, G. What is a Non-Normal World? // Logique et Analyse. 1992. V. 139–140, P. 291–302.

13. Priest, G. An Introduction to Non-Classical Logic: From If to Is, 2nd Edition, Cambridge, New York: Cambridge University Press, 2008. 643 p.

References

1. Vitgenshtejn L. Logiko-filosofskij traktat. M.: Izdatel'stvo inostrannoj literatury, 1958. 133 s.

2. Lobovikov V.O. Aksiomatizaciya filosofskoj e'pistemologii (Konceptual'nyj sintez racionalizma Lejbnica i e'mpirizma Lokka, Yuma, Mura) // Vestnik Tomskogo gos. un-ta. Filosofiya. Sociologiya. Politologiya. 2016. № 4 (36). C. 69–78. DOI: 10.17223/1998863X/36/7.

3. Lobovikov V.O. Aksiomatizaciya e'pistemologii kak sredstvo e'ksplikacii teorii prava: «Digesty» Yustiniana i problema odnorodnosti estestvennogo prava // Nauchnyj zhurnal «Diskurs-Pi». 2016. № 3 (24). S. 48–60.

4. Lobovikov V.O. Dokazatel'stvo teoremy o kalokagatii v aksiomaticheskoj sisteme filosofskoj e'pistemologii (Optimizm i predustanovlennaya garmoniya: ot drevnegrecheskoj i rannexristianskoj filosofii k A.E'. Sheftsberi, G.V. Lejbnicu i K. Gyodelyu) // Nauchnyj zhurnal «Diskurs-Pi». 2016. № 4 (25). S. 256–264.

5. Lobovikov V.O. Aksiomaticheskoe opredelenie sfery adekvatnosti racionalisticheskogo optimizma G.V. Lejbnica, D. Gil'berta i K. Gyodelya // Sibirskij filosofskij zhurnal. 2016. T. 14. № 4. S. 69–81.

6. Lobovikov V.O. Utochnenie formulirovki i variant resheniya problemy e'kvivalentnosti deonticheskix, aleticheskix i aksiologicheskix modal'nostej s pomoshh'yu aksiomaticheskoj sistemy filosofskoj e'pistemologii // E'pistemy: Sbornik nauchnyx statej. Vypusk 11: Ocenki i normy v strukture racional'nogo znaniya. Ekaterinburg: Izdatel'sko-poligraficheskoe predpriyatie «Maks-Info», 2016. S. 48–67.

7. Lobovikov V.O. Deduktivnoe dokazatel'stvo e'kvivalentnosti istinnosti i poleznosti apriornogo znaniya v aksiomaticheskoj sisteme e'pistemologii (Tochnoe aksiomaticheskoe opredelenie sfery adekvatnosti glavnogo principa pragmatizma «Istinno to, chto polezno») // Sibirskij filosofskij zhurnal. 2017. T. 15. № 2. S. 40–52.

8. Bull, R., Segerberg, K. Basic Modal Logic // D. Gabbay, F. Guenthner (eds.). Handbook of Philosophical Logic, vol. II: Extensions of Classical Logic. Dordrecht, Reidel Publishing Company, 1984. P. 1–88.

9. Kripke, S.A. Semantical Analysis of Modal Logic I. Normal Modal Propositional Calculi // Zeitschrift fur mathematische Logik und Grundlagen der Mathematik. 1963. V. 9 N. 5–6. P. 67–96.

10. Kripke, S.A. Semantical Analysis of Modal Logic II: Non-Normal Modal Propositional Calculi // The Theory of Models (Proceedings of the 1963 International Symposium at Berkley). Amsterdam: North-Holland, 1965. P. 206–220.

11. Lobovikov, V.O. An Important Problem of Homogeneity of the Natural Law and Solving it by Means of an Axiomatic System of Philosophical Epistemology //

XXVIII World Congress on the Philosophy of Law and Social Philosophy "Peace Based on Human Rights", School of Law of the University of Lisbon, July 16 to 21, 2017, Lisbon: University of Lisbon, 2017. P. 653–654.

12. Priest, G. What is a Non-Normal World? // Logique et Analyse. 1992. V. 139–140, P. 291–302.

13. Priest, G. An Introduction to Non-Classical Logic: From If to Is, 2nd Edition, Cambridge, New York: Cambridge University Press, 2008. 643 p.

UDC 16

UNITING NORMAL AND NON-NORMAL MODAL LOGICS BY ONE AXIOMATIC SYSTEM OF PHILOSOPHICAL EPISTEMOLOGY

Lobovikov Vladimir Olegovich,

The Institute of Philosophy and Law,
Ural Branch of the Russian Academy of Sciences,
Doctor of Philosophical Sciences, Full Professor,
Yekaterinburg, Russia,
E-mail: vlobovikov@mail.ru

Annotation

For the first time in analytic philosophy the universal theory of knowledge is precisely formulated and defined as an axiomatic system Ξ. For formulating it four axiom schemes are used. Exploiting meta-language gave a possibility to make the axiomatic definition (of the system Ξ) more simple and compact (in comparison with the options submitted by the author before). The system Ξ under construction and definition consistently unites in one whole normal and non-normal modal logics; this gives a possibility consistently to synthesize in one conceptual scheme the rationalistic and empiricist paradigms of philosophizing about knowledge in general. Systematical constructing and investigating discrete mathematical models of philosophy of knowledge in general and further perfecting axiomatic systems of universal philosophical epistemology (in particular, studying the system Ξ) is indispensable for constructing adequate metaphysic sub-system of artificial intelligence of autonomous robots.

Key concepts:

normal-modal-logic; non-normal-modal-logic; a-priori-knowledge; a-posteriori-knowledge; universal-philosophical-epistemology; metaphysical-subsystem-of-artificial-intelligence-of-autonomous-robot.