Знания, Онтологии и Мультимодальные Аксиоматические Теории (Дедуктивное доказательство непротиворечивости формальной теории Φ^0, синтезирующей формальную аксиологию, универсальную эпистемологию и философскую онтологию)

В.О. Лобовиков

Институт Философии и Права Уральского отделения Российской академии наук, ул. Софьи Ковалевской, д. 16, г. Екатеринбург, 620108, Россия.
vlobovikov@mail.ru

Аннотация. *Интеллект (как естественный, так и искусственный) рассматривается как сложная система, необходимо включающая и непротиворечиво синтезирующая две качественно различные подсистемы знания, а именно, подсистему знания a priori и подсистему знания эмпирического. Согласно И. Канту, априорное знание законов природы есть предписывание ей этих законов разумом. Для представителей опытного естествознания этот тезис кёнигсбергского мыслителя кажется, мягко говоря, очень странным, но для собственно теоретической концепции универсального интеллекта как целого, учение Канта о предписывании разумом законов природе является не случайным, а очень важным. В данной работе указанная проблема рассматривается сперва с точки зрения некой логически формализованной аксиоматической теории Ф, представляющей собой систему мультимодальной эпистемологии, а затем с точки зрения некой формальной теории* Φ^0*, представляющей собой результат существенной мутации теории Ф. Существенным отличием* Φ^0 *от Ф, является пустота множества логических аксиом теории* Φ^0*; все аксиомы теории* Φ^0 *являются ее собственными аксиомами, сформулированными с использованием языка логики. При этом, в теории* Φ^0 *существует единственное правило логического вывода – modus ponens. На обсуждение выносится некое дедуктивное доказательство логической непротиворечивости формальной теории Ф.*

Ключевые слова: онтология, аксиология, знание, априорное, эмпирическое, формальная мультимодальная аксиоматическая теория, дедуктивное доказательство непротиворечивости

1. Введение

Согласно рационализму Г.В. Лейбница, система *априорного* знания является *необходимой*, хотя и недостаточной, подсистемой всякого интеллекта. Согласно совершенному И. Кантом «*трансцендентальному* повороту» в философии, относящееся к чистому разуму *априорное* знание *строго универсальных* законов природы есть *необходимое условие* возможности ее *опытного* познания. Это условие *организует, объединяет весь возможный опыт* (все принципиально возможные наблюдения и эксперименты). В этой связи кажется вполне правдоподобной гипотеза, согласно которой, в любую удачную конструкцию универсального познающего ИИ-робота с самого начала (в момент её создания) должна быть «вшита» некая *неотделимая* от этой конструкции *априорная* система знания, делающая возможным и *организующая* весь опыт (систему эмпирических знаний) такого ИИ-робота. В данной статье упомянутая трактовка разума, необходимо включающего и непротиворечиво синтезирующего подсистему знания *a priori* и подсистему знания эмпирического, *моделируется* с помощью неких логически формализованных аксиоматических систем мультимодальной эпистемологии, содержащих в себе также некую формальную аксиологию и онтологию.

Назовем формальной теорией Ф мультимодальную аксиоматическую систему эпистемологии и аксиологии, включающую в себя (1) все аксиомы и правила вывода классической пропозициональной логики, а также (2) *собственные* (не логические, а эпистемологические, аксиологические и т.п.) аксиомы теории Ф, представленные ниже с помощью одиннадцати схем аксиом AX1 – AX11 и определения DF1.

AX1: $A\alpha \supset (\Omega\beta \supset \beta)$. (Здесь принадлежащие метаязыку символы α , β, ω обозначают любые формулы теории Ф, а принадлежащий метаязыку символ Ω обозначает любой элемент множества «модальностей совершенства», точно определяемого в семантике языка-объекта теории Ф.)

AX2: $A\alpha \supset (\Omega(\omega \supset \beta) \supset (\Omega\omega \supset \Omega\beta))$.

AX3 AX3: $A\alpha \leftrightarrow (K\alpha \;\&\; (\neg\Diamond\neg\alpha \;\&\; \neg\Diamond S\alpha \;\&\; \Box(\beta \leftrightarrow \Omega\beta)))$.

AX4: $E\alpha \leftrightarrow (K\alpha \;\&\; (\Diamond\neg\alpha \vee \Diamond S\alpha \vee \neg\Box(\beta \leftrightarrow \Omega\beta)))$.

AX5: $\Omega\beta \supset \Diamond\beta$.

AX6: $(\Box\omega \;\&\; \Box\Omega\omega) \supset \omega$.

AX7: $(t_i{=}{+}{=}t_k) \leftrightarrow (G[t_i] \leftrightarrow G[t_k])$, где: символы t_i и t_k, принадлежащие метаязыку, обозначают некие (любые) *термы языка-объекта* теории Ф; символ «=+=» обозначает бинарное отношение «*формально-аксиологическая равноценность термов*» теории Ф; а «взятие в *квадратные* скобки» есть некая процедура приписывания *онтологического значения* в стандартной интерпретации теории Ф.

AX8: $(t_i{=}{+}{=}g) \supset \Box G[t_i]$.

AX9: $(t_i{=}{+}{=}b) \supset \Box W[t_i]$.

AX10: $(G\alpha \supset \neg W\alpha)$.

AX11: $(W\alpha \supset \neg G\alpha)$.

Определение DF1: $\Diamond\omega$ есть *сокращенное название* (имя) для $\neg\Box\neg\omega$, т.е. $(\Diamond\omega \leftrightarrow \neg\Box\neg\omega)$, по определению (где ω есть некая формула теории Ф).

В шести схемах аксиом AX1 – AX6, символ Ω (принадлежащий к метаязыку) обозначает некий (любой) элемент множества £ = {$\Box$, K, T, F, P, D, C, Y, G, O, B, U, J}. Назовем элементы множества £ «модальностями совершенства» или просто «совершенствами». Множество £ модальностей совершенства является подмножеством множества ¥ всех тех модальностей, которые принимаются во внимание теорией Ф, а именно, ¥ = {$\Diamond$, $\Box$, K, A, E, S, T, F, P, D, C, Y, G, W, O, B, U, J}. В связи с этим уместно заметить, что символы S, W и $\Diamond$ обозначают в языке мультимодальной теории Ф такие модальности, которые совершенствами не являются, т.е. подставлять их вместо Ω нельзя.

Рассмотрение семантики языка теории Ф запланировано в третьем разделе этой статьи, но, чтобы читатель смог дотерпеть до третьего раздела, забегая вперед, заметим, что привычные символы $\Diamond$ и $\Box$ обозначают, соответственно, алетические модальности «возможно» и «необходимо». Символы K, A, E, S, T, F, P, D обозначают, соответственно, модальности «агент знает, что …», «агент *a-priori* знает, что …», «агент *эмпирически* (*a-posteriori*) знает, что …», «при некоторых условиях в некотором пространстве-времени, некий субъект (непосредственно или с помощью неких инструментов) *чувственно* воспринимает (*верифицирует* своим *ощущением*), что…», «*истинно*, что…», «агент *верит*, что …», «(в некой непротиворечивой теории) *доказуемо*, что …», «существует некий *алгоритм* (может быть построена некая машина) для *решения*, что …».

Символы C, Y, G, W, O, B, U, J обозначают, соответственно, модальности «логически *непротиворечиво*, что …», «*полно*, что …», «*хорошо*, что …», «*плохо*, что …», «*обязательно*, что …», «*красиво* (*прекрасно*), что …», «*полезно*, что …», «*приятно, радостно*, что …».

Представленная выше система собственных аксиом мультимодальной теории Ф является точным (хотя и не явным) определением значений модальных символов, используемых в этой теории.

Обсуждаемая формальная теория Ф является результатом нескольких существенных изменений (добавлений и обобщений) в ранее предложенных формальных теориях: Σ (Sigma) [8], [9], [10]; Σ+C [11]; Σ+2C [12].

Для того, чтобы адекватно понять вышесказанное и в особенности смысл схем собственных аксиом теории Ф, сформулированных на некоем весьма необычном искусственном языке, необходимо дать точные дефиниции синтаксиса и семантики такого непривычного языка. Именно этому посвящены следующие два раздела статьи.

2. Синтаксис языка-объекта формальной теории Ф: точные определения алфавита, термов и формул этого языка

Записанные на метаязыке схемы собственных аксиом формальной теории Ф сформулированы выше во введении, но, строго говоря, чтобы эти формулировки стали вполне осмысленными и понятными, необходимо дать точные определения понятий «язык-объект теории Ф», «терм теории Ф» и «формула теории Ф». Определения этих понятий теории Ф *сходны (подобны)* дефинициям *аналогичных* понятий теорий: Σ (Sigma) [8], [9], [10]; Σ+C [11]; Σ+2C [12]. Однако, несмотря на это *сходство (подобие)*, строго говоря, в настоящей статье необходимо дать точные определения понятий «язык-объект теории Ф», «терм теории Ф» и «формула теории Ф», так как, вообще говоря, *сходство (подобие) не является отношением эквивалентности*, поэтому, *множества теорем упомянутых теорий не совпадают*. Начнем с определения алфавита обсуждаемого искусственного языка.

1) Строчные латинские буквы p, q, d (и эти же самые буквы с нижними числовыми индексами) принадлежат алфавиту языка-объекта теории Ф. Эти и только эти строчные латинские буквы именуются «*диктум-переменными*». (“*dictum-variables*”). В алфавите языка-объекта теории Ф, *не все строчные латинские буквы именуются диктум-переменными*, так как, согласно данному определению, те строчные латинские буквы, которые принадлежат множеству {g, b, e, n, x, y, z, a, s, h, t, f}, не принадлежат множеству диктум-переменных языка-объекта теории Ф.

2) Строчные латинские буквы a, s, h (и эти же самые буквы с нижними числовыми индексами: a_t, s_m, h_s) принадлежат алфавиту языка-объекта теории Ф. Эти и только эти строчные латинские буквы именуются «*диктум-постоянными*» (“*dictum-constants*”).

3) Привычные логические символы ¬, ⊃, ↔, &, ∨, именуемые, соответственно, «классическим отрицанием», «классической (материальной) импликацией», «классической эквивалентностью», «классической конъюнкцией», «классической не-исключающей дизъюнкцией», принадлежат алфавиту языка-объекта теории Ф.

4) Элементы множества {□, K, A, E, S, T, F, P, D, C, Y, G, W, O, B, U, J}, содержащего □ и некоторые (но не все) заглавные латинские буквы, не имеющие индексов, являются элементами алфавита языка-объекта теории Ф. Эти элементы алфавита именуются в теории Ф *модальными символами* (знаками модальности).

5) Строчные латинские буквы *x*, *y*, *z* (и эти же самые буквы с нижними числовыми индексами) принадлежат алфавиту языка-объекта теории Ф. Эти и только эти строчные латинские буквы именуются «*аксиологическими (ценностными) переменными*» в теории Ф.

6) Строчные латинские буквы «g» и «b», именуемые «*аксиологическими (ценностными) константами*» также являются элементами алфавита языка-объекта теории Ф.

7) Заглавные латинские буквы, имеющие числовые индексы, – E^1, C^1, K^1, K^2, E^2, C_j^n, D_i^n, A_k^n, … суть элементы алфавита языка-объекта теории Ф. Такие заглавные латинские буквы называются «*ценностно-функциональными* символами». Верхний числовой индекс *n* информирует о том, что проиндексированный ценностно-функциональный символ является *n*-местным. Ценностно-функциональные символы могут не иметь нижних числовых индексов. Но, если ценностно-функциональные символы имеют нижние числовые индексы, то, если эти индексы различны, то проиндексированные функциональные символы различны.

8) Знаки “(” и “)”, именуемые «*круглыми* скобками», суть элементы алфавита языка-объекта теории Ф. Эти вспомогательные знаки используются в данной статье как обычно в символической логике, а именно, как чисто технические символы.

9) Знаки “[” и “]”, именуемые «*квадратными* скобками», тоже суть элементы алфавита языка-объекта теории Ф. Однако, здесь очень важно подчеркнуть, что в отличие от «круглых скобок», в теории Ф «*квадратные* скобки» используются не как привычные чисто технические знаки, а как *особые (специальные) символы*, указывающие на собственно *онтологическое значение* того, что в квадратные скобки заключено. Такое нестандартное использование квадратных скобок психологически неожиданно (непривычно). С психологической точки зрения, квадратные и круглые скобки кажутся почти неразличимыми и очень часто используются в естественном языке как синонимы. Но в языке-объекте теории Ф, обсуждаемые два вида скобок имеют *качественно различные* значения (играют существенно различные роли): использование круглых скобок является чисто техническим (вспомогательным), а заключение в квадратные скобки означает приписывание (фиксацию) *онтологического* значения. *Собственно онтологический* смысл процедуры заключения в квадратные скобки точно определяется в той части данной статьи, которая посвящена *семантике* языка-объекта теории Ф. Однако, даже на уровне *синтаксиса* искусственного языка-объекта теории Ф, квадратные скобки *играют очень*

важную роль в точном определении понятия «*формула* теории Ф». (Это определение дается ниже в данном разделе статьи.) Более того, заключение в квадратные скобки *играет очень важную роль* в точной формулировке некоторых схем аксиом теории Ф, представленных выше во введении.

10) Весьма необычный искусственно созданный символ «=+=», именуемый «*формально-аксиологической эквивалентностью (термов)*» является элементом алфавита языка-объекта теории Ф. Непривычный символ «=+=» *играет важную роль* в точном определении понятия «*формула* теории Ф», а также в точной формулировке некоторых схем аксиом теории Ф, представленных выше во введении.

11) Некий (любой) знак есть элемент алфавита языка-объекта теории Ф, если и только если этот знак принадлежит этому алфавиту, согласно какому-то из пунктов 1) – 10) данного определения.

Некая (любая) конечная последовательность символов называется «*выражением* языка-объекта теории Ф, если и только если эта последовательность состоит из таких и только таких знаков, которые являются элементами алфавита языка-объекта теории Ф. Понятие «*терм* теории Ф» определяется следующим образом.

1) Вышеупомянутые *аксиологические (ценностные) переменные и константы* являются термами теории Ф.

2) Если $Ф_k^n$ есть некий (любой) *n-местный ценностно-функциональный символ*, а t_i, …, t_n суть некие (любые) *термы* теории Ф, то выражение, имеющее вид $Ф_k^n t_i, \ldots, t_n$ есть терм теории Ф. (Здесь уместно заметить, что знаки t_i, …, t_n принадлежат метаязыку, так как они обозначают любые термы теории Ф; аналогичное замечание уместно сделать относительно знака $Ф_k^n$, который также принадлежат метаязыку.)

3) Некое (любое) выражение языка-объекта теории Ф является термом теории Ф, если и только если это так, согласно какому-то из пунктов 1) – 2) данного определения.

Теперь перейдем к определению понятия «формула теории Ф». Для этого договоримся, что строчные греческие буквы α, β и ω (принадлежащие метаязыку) обозначают некие (любые) формулы теории Ф. С помощью такого соглашения можно определить понятие «формула теории Ф» следующим образом.

1) Все те строчные латинские буквы, которые были названы выше *dictum-переменными* и все те строчные латинские буквы, которые были названы выше *dictum-постоянными*, являются формулами теории Ф.

2) Если t_i и t_k суть некие (любые) термы теории Ф, то любое выражение, имеющее вид $(t_i =+= t_k)$ есть формула теории Ф.

3) Если t_i есть некий (любой) терм теории Ф, то любое выражение, имеющее вид $[t_i]$, есть формула теории Ф.

4) Если α есть некая (любая) формула теории Ф, а символ Ψ (принадлежащий метаязыку) обозначает некий (любой) *модальный символ* (знак модальности) из множества{□, K, A, E, S, T, F, P, D, C, Y, G, W, O, B, U, J}, то любое выражение языка-объекта теории Ф, имеющее вид $\Psi\alpha$, есть формула теории Ф. Здесь важно иметь в виду, что, строго говоря, выражение $\Psi\alpha$ (принадлежащее метаязыку) не есть формула теории Ф, а есть схема формул этой теории.

5) Если α и β суть формулы теории Ф, то все те выражения языка-объекта теории Ф, которые (выражения) имеют формы $\neg\alpha$, $(\alpha \supset \beta)$, $(\alpha \leftrightarrow \beta)$, $(\alpha \,\&\, \beta)$, $(\alpha \vee \beta)$, принадлежат множеству формул теории Ф.

6) Любая конечная последовательность символов, взятых из алфавита языка-объекта теории Ф, есть формула теории Ф, если и только если это так, согласно какому-то из пунктов 1) – 5) данного определения.

Единственным исходным *правилом логического вывода* в теории Ф является *modus ponens*.

Понятие «*чисто логическая* аксиома теории Ф» точно определяется ссылкой на множество схем аксиом *классической пропозициональной логики*, в которых теперь вместо формул классического исчисления высказываний подразумеваются формулы теории Ф.

В *чисто синтаксическом* отношении, понятие «*собственная аксиома* теории Ф» точно определено выше во введении к данной статье. Теперь предстоит рассмотреть собственные аксиомы теории Ф в *семантическом* отношении, так как очевидно, что данные выше точные синаксические дефиниции пока семантически бессмысленны. Но это не результат досадного случайного упущения по небрежности, а результат принятия и последовательного осуществления *научной абстракции* от семантических значений символов; такая абстракция вполне допустима и целесообразна в пределах сферы своей адекватности, но не вообще. Поэтому, теперь перейдем от точно определенного выше синтаксиса искусственного языка-объекта теории Ф к точному определению *семантических значений* символов и выражений этого языка.

3. Семантика языка-объекта формальной теории Ф: точные определения семантических значений термов и формул

В предыдущей части статьи рассматривался исключительно *синтаксис* языка формальной *мультимодальной* теории Ф, поэтому, *явно* ничего конкретного о множестве семантических значений модальных символов сказано не было: значения этих символов были определены точно, но *неявно*, а именно, *аксиоматически*. Теория Ф рассматривалась как именно *формальная*: ее *интерпретация* не предлагалась и не обсуждалась. Теперь настало время перейти к точному определению именно семантики языка-объекта теории Ф. Семантические значения собственно логических символов искусственного языка классической пропозициональной логики общеизвестны и хорошо определены в респектабельных учебниках, поэтому, еще раз определять значения чисто логических символов здесь нет необходимости. А вот существенно новые (почти неизвестные) понятия теории Ф и семантические значения необычных знаков алфавита языка-объекта этой теории необходимо точно определить.

Значения строчных латинских букв p, q, d (и этих же самых букв с нижними числовыми индексами), названных выше *диктум-переменными*, аналогичны значениям общеизвестных в логике *пропозициональных переменных*. Однако, здесь есть некое существенное различие: в теории Ф, диктум-переменные принимают значения из *множества диктумов* (обозначим его символом Δ), которому принадлежат не только все истинные или ложные пропозиции (высказывания), но и все истинные или ложные теории. Согласно статистической норме словоупотребления, слово «*dictum»* переводится с латинского языка как «утверждение некого предложения …» или «выражение некой мысли … в словах». Однако, здесь существует интересная возможность *обобщения*, а именно, перехода от диктума как «утверждения некого предложения …» к диктуму как дизъюнкции «утверждение или некого предложения …, или некой теории …», так как теория тоже есть нечто такое, что можно утверждать. В данной статье принимается презумпция, что любая истинная или ложная теория тоже есть элемент множества Δ. Тем самым объясняется возможность применения (в теории Ф) *de-dicto*-модальностей, например, С (логическая непротиворечивость) и Y (полнота) к истинным или ложным *теориям*.

Если достаточно точно определена *интерпретация* формальной теории Ф, то значением некой (любой) *диктум-постоянной* является (в этой интерпретации) некий вполне определенный (фиксированный) элемент множества Δ, т.е. или некая истинная или ложная сентенция, или некая истинная или ложная теория.

Определение семантических значений есть определение некой функции, именуемой «интерпретация». Для точного определения такой функции необходимо точно определить (1) некое непустое множество, играющее роль «*области интерпретации*» (договоримся обозначать область интерпретации заглавной буквой «*M*») и (2) некого «*интерпретатора (оценщика)*» (договоримся обозначать его заглавной буквой «*V*»). По определению, в любой стандартной интерпретации формальной теории Ф, *M* есть такое непустое множество, каждый элемент которого имеет: (1) одно и только одно *аксиологическое (ценностное) значение* из множества {g (хорошо), b (плохо)}; (2) одно и только одно *онтологическое значение* из множества {e (exists), n (not-exists)}.

Аксиологические переменные (z, x, y, z_i, x_k, y_m) принимают значения из множества *M*.

Аксиологические константы “b” и “g” интерпретируются как “плохо” и “хорошо”, соответственно.

Оценка некого (любого) элемента из множества *M* неким конкретным (фиксированным) оценщиком *V* представляет собой приписывание этому элементу некого *аксиологического значения* (хорошо или плохо). Интерпретатор (оценщик) *V* может быть или индивидуальным или коллективным – неважно. Бесспорно, какое-то изменение оценщика *V* может привести к изменению некоторых относительных оценок, но никакое изменение интерпретатора *V* не может изменить множество законов двузначной алгебры формальной аксиологии, которые (законы) являются не относительными, а абсолютными оценками, а именно, такими *ценностными функциями-константами*, которые принимают значение g (хорошо) при любой возможной комбинации аксиологических значений своих ценностных переменных. Хотя *V* представляет собой *переменную*, принимающую значения из множества всех возможных оценщиков, любая вполне определенная стандартная интерпретация теории Ф необходимо фиксирует значение переменной *V*. Любое изменение значения *V* означает изменение интерпретации теории Ф.

Символы, “e” и “n”, именуемые *онтологическими константами*, обозначают, соответственно, “… *существует*” и “… *не существует*”. По определению, в любой стандартной интерпретации теории Ф, один и только один элемент множества {{g, e}, {g, n}, {b, e}, {b, n}} соответствует каждому элементу множества *M*. Знаки “e” и “n” принадлежат метаязыку. Согласно определению алфавита языка-объекта теории Ф, символы “e” и “n” не принадлежат языку-объекту этой теории. Тем не менее, онтологические константы “e” и “n” все-таки представлены некоторым образом (опосредованно) на уровне языка-объекта теории Ф процедурой *взятия в квадратные скобки*: «t_j существует» представляется с помощью [t_j]; «t_j не существует» представляется с помощью ¬[t_j]. Это означает, что процедура *взятия в квадратные скобки* является необходимым аспектом точного определения формально-аксиологической и формально-онтологической семантики формальной теории Ф.

N-местные термы теории Ф интерпретируются как *n-местные ценностные функции*, определенные на множестве *M*. Понятие «*одноместная* ценностная функция» экземплифицируется приведенной ниже таблицей 1. (Напоминаю, что верхний индекс 1, находящийся справа от некой (любой) заглавной буквы, указывает на то, что эта заглавная буква интерпретируется некой *одноместной* ценностной функцией; различие нижних числовых индексов означает различие проиндексированных символов, например, в следующей ниже таблице 1, $F_1{}^1x$ и $F_2{}^1x$ являются различными символами.)

Таблица 1. Ценностные функции, зависящие от одного ценностного аргумента

x	$L_1{}^1x$	N^1x	$F_1{}^1x$	$F_2{}^1x$	$A_1{}^1x$	$A_2{}^1x$	$Z_1{}^1x$	$Z_2{}^1x$	P^1x	Y^1x	R^1x	I^1x	B^1x	T^1x	J^1x
g	g	b	g	b	g	b	g	b	g	b	b	g	b	b	g
b	b	g	b	g	b	g	b	g	b	g	g	b	g	g	b

В таблице 1, одноместный терм $L_1{}^1x$ интерпретируется как *одноместная ценностная функция «жизнь, бытие, существование* (чего, кого) *x*». Терм N^1x интерпретируется как ценностная функция *«смерть, небытие* (чего, кого) *x*». Терм $F_1{}^1x$ – ценностная функция «*свобода* (чего, кого, чья) *x*». $F_2{}^1x$ – «*свобода от* (чего, кого) *x*». $A_1{}^1x$ – «*атака, нападение* (чего, кого) *x*». $A_2{}^1x$ – «*атака, нападение на* (что, кого) *x*». $Z_1{}^1x$ – «*защита, оборона* (чего, кого, чья) *x*». $Z_2{}^1x$ – “*защита, оборона от* (чего, кого) *x*”. P^1x – «*положительная оценка, одобрение* (чего, кого) *x*». Y^1x – «*отрицательная оценка, осуждение* (чего, кого) *x*». R^1x – “*сопротивление* (чему, кому) *x*”. I^1x – “*участие, соучастие в* (чем) *x*”. B^1x – “*воздержание, уклонение от* (чего) *x*”. T^1x – «*уничтожение* (чего, кого) *x*». J^1x – «*сохранение* (чего, кого) *x*».

Понятие «*двуместная* ценностная функция» экземплифицируется приведенной ниже таблицей 2. (Напоминаю, что верхний индекс 2, находящийся справа от некой (любой) заглавной буквы, указывает на то, что эта заглавная буква интерпретируется некой *двуместной* ценностной функцией.)

Таблица 2. Ценностные функции, зависящие от двух ценностных аргументов

x	y	K^2xy	S^2xy	N^2xy	X^2xy	T^2xy	J^2xy	A^2xy	Z^2xy	Y^1x	F^2xy	C^2xy	E^2xy	V^2xy
g	g	g	b	b	b	b	g	b	b	b	b	g	g	b
g	b	b	g	b	b	b	g	b	b	b	b	b	b	g
b	g	b	g	b	g	g	b	g	g	g	g	g	b	g
b	b	b	g	g	b	b	g	b	b	b	b	g	g	b

В таблице 2, двуместный терм K^2xy интерпретируется как ценностная функция «*единство x* и *y*», или «*бытие x* и *y вместе*», или «*совместное бытие x* и *y*». Терм S^2xy интерпретируется как ценностная функция «*разделение x* и *y*. N^2xy интерпретируется как ценностная функция «*единство небытия x и небытия y*”. X^2xy – ценностная функция «*бытие y’s без x*», или «*совместное бытие y* с отсутствием *x*». T^2xy – «*уничтожение* (чего, кого) *x* (чем, кем) *y*». J^2xy – «*сохранение* (чего, кого) *x* (чем, кем) *y*». A^2x – «*атака, нападение* (чего, кого) *y* на (что, кого) *x*». Z^2x – «*защита, оборона* (чего, кого, чья) *y* от (чего, кого) *x*». Y^1x – «*отрицательная оценка, осуждение* (чего, кого) *x* (чем, кем) *y*». F^1x – «*свобода, освобождение* (чего, кого) *y* от (чего, кого) *x*». C^2xy интерпретируется как ценностная функция «*существование (содержание, присутствие) y* в (внутри) *x*». E^2xy – ценностная функция «эквивалентность (тождество ценностных значений) *x* и *y*». V^2xy – ценностная функция «*выбор и реализация такого и только такого элемента множества* {*x*, *y*}, который является: 1) *наилучшим*, если *x* и *y* оба хороши»; 2) *наименее плохим (меньшим из двух зол)*, если *x* и *y* оба плохи»; 3) хорошим, если *x* и у имеют противоположные ценностные значения». Таким образом, терм V^2xy интерпретируется как «*исключающий* выбор и реализация *только оптимального* элемента множества {*x*, *y*}». Дополнительные экземплификации понятия «*двуместная ценностная функция»* содержатся в [8] – [12].

Чтобы исключить возможность досадных недоразумений, здесь уместно заметить и подчеркнуть, что в любой стандартной интерпретации формальной теории Ф, символы $B_1{}^1x$, $N_1{}^1x$, $C_1{}^1x$, K^2xy, C^2xy, E^2xy, V^2xy обозначают *не предикаты, а ценностные функции*. Предикатами (в стандартной интерпретации теории Ф) являются, например, такие выражения языка-объекта этой теории, которые имеют формы (t_i=+=t_k), (t_i=+=g), (t_i=+=b).

По определению семантики теории Ф, если t_i есть терм этой теории, то, принадлежащая этой теории формула, имеющая вид [t_i], является в стандартной интерпретации этой теории *или истинным или ложным* высказыванием «t_i существует». Таким образом, по определению, в некой (любой) стандартной интерпретации, формула, имеющая вид [t_i], истинна, если и только если она имеет *онтологическое значение* «е (существует)» в этой интерпретации. Также по определению, формула, имеющая вид [t_i], ложна, если и только если она имеет *онтологическое значение* «n (не существует)» в этой интерпретации теории Ф.

По определению семантики теории Ф, в некой (любой) стандартной интерпретации этой теории, формула, имеющая вид (t_i=+=t_k), является *высказыванием*, имеющим форму «(ценностная функция) t_i *формально-аксиологически эквивалентна* (ценностной функции) t_k» ; это высказывание является *истинным*, если и только если *в данной интерпретации* термы t_i и t_k принимают одинаковые *аксиологические значения* из множества {g (хорошо), b (плохо)} при любой возможной комбинации *аксиологических значений* входящих в эти термы *аксиологических переменных*.

По определению семантики теории Ф, в некой (любой) стандартной интерпретации этой теории, формула, имеющая вид (t_i=+=b), является *высказыванием*, имеющим форму «(ценностная функция) t_i есть *формально-аксиологическое противоречие*», или «t_i есть *тождественно плохая* ценностная функция»; это высказывание является *истинным*, если и только если *в данной интерпретации* терм t_i принимает *аксиологическое значение* b (плохо) при любой возможной комбинации *аксиологических значений* входящих в этот терм *аксиологических переменных*.

По определению семантики теории Ф, в некой (любой) стандартной интерпретации этой теории, формула, имеющая вид (t_i=+=g), является *высказыванием*, имеющим форму «(ценностная функция) t_i есть *формально-аксиологический закон*», или «t_i есть *тождественно хорошая* ценностная функция»; это высказывание является *истинным*, если и только если *в данной интерпретации* терм t_i принимает *аксиологическое значение* g (хорошо) при любой возможной комбинации *аксиологических значений* входящих в этот терм *аксиологических переменных*.

В естественном языке, известном своей нечеткостью и многозначностью, обозначаемое символом «=+=» бинарное отношение *формально-аксиологической эквивалентности* ценностных функций выражается словами «есть», «является», «значит», «эквивалентно», «следовательно» и т.п., нередко заменяемыми тире. Однако, общеизвестно, что эти же самые слова естественного языка систематически используются в формальной логике для выражения собственно логической связки «есть» и соответствующих собственно логических операций: «импликация», «эквивалентность (истинностных функций)». Таким образом, налицо лингвистический факт *омонимии* вышеупомянутых слов в естественном языке. Поэтому, во избежание досадных недоразумений, порождающих иллюзии парадоксов, рассуждая на стыке между формальной логикой и формальной аксиологией, упомянутую омонимию нужно иметь в виду; качественно различные значения омонимов должны быть эффективно разделены.

Формальная теория Ф является *мультимодальной*. В ней систематически рассматривается довольно большое множество очень важных для философии модальностей *de dicto*, а именно, множество ¥ = {◊, □, K, A, E, S, T, F, P, D, C, Y, G, W, O, B, U, J}. Напомню, что символы ◊ и □, обозначают модальности «*возможно*, что …» и «*необходимо*, что …», соответственно. Символы K, A, E, S, T, F, P, D, C, Y, соответственно, являются именами для модальных выражений «агент *знает*, что …», «агент *a-priori знает*, что …», «агент *эмпирически (a-posteriori) знает*, что …», «при некоторых условиях в некотором пространстве-времени, некий субъект (непосредственно или с помощью неких инструментов) *чувственно* воспринимает (*верифицирует* своим *ощущением*), что…», «*истинно*, что…», «агент *верит*, что …», «(в некой непротиворечивой теории) *доказуемо*, что …», «существует некий *алгоритм* (может быть построена некая машина) для *решения*, что …», «*логически непротиворечиво*, что …», «семантически *полно*, что …». Символы G, W, O, B, U, J, соответственно, являются именами для модальных выражений «*хорошо*, что …», «*плохо*, что …», «*обязательно*, что …», «*красиво* (эстетически совершенно), что …», «полезно*, что* …», «*приятно, радостно*, …». Значения всех обсуждаемых в теории Ф модальностей *определяются в ней аксиоматически*., т.е. *совокупностью аксиом* (и правил вывода) этой теории. Аксиоматическое определение не является явным, но оно вполне пригодно для некоторых важных видов достаточно точных рассуждений.

Особое внимание в теории Ф уделяется подмножеству £ множества ¥, где £ = {□, K, T, F, P, D, C, Y, G, O, B, U, J}. Элементы множества £ называются «модальностями совершенства» или просто «совершенствами». В представленных выше первых шести схемах аксиом (AX1 – AX6) теории Ф, принадлежащий к метаязыку символ Ω обозначает некий (любой) элемент множества £ = {□, K, T, F, P, D, C, Y, G, O, B, U, J}. Таким образом, все модальности совершенства рассматриваются в мультимодальной теории Ф с некой *единой* точки зрения. Возможно, это представляет собой некий важный шаг в приближении к идеалу так называемой «универсальной логики» [1], [2].

4. Формальная теория $Ф^0$, синтезирующая формальную аксиологию, универсальную эпистемологию и философскую онтологию

В качестве дальнейшего развития концепции синтеза априоризма и эмпиризма, в настоящей работе предлагается *существенная мутация* формальной теории Ф путем удаления из нее всех логических аксиом и добавления в список схем ее *собственных* аксиом еще одной, а именно, AX12: ($A\alpha \supset$ ©), где символ © обозначает какую-то (любую) произвольно взятую тавтологию классической пропозициональной логики. Пусть результат такой мутации теории Ф именуется формальной теорией $Ф^0$. Хотя логических аксиом в новой теории нет, в ней есть одно правило логического вывода, а именно, *modus ponens* (и при желании, с его помощью можно получить, из допущения $A\alpha$, множество *производных* правил логического вывода в $Ф^0$). Что дает переход от Ф к $Ф^0$? Он создает возможность *синтеза* систем *априорного* знания, основанного на *классической* логике высказываний и систем знания *эмпирического*, в той или иной форме *отклоняющегося от классической* пропозициональной логики. Упомянутый *синтез* может быть промоделирован графически с помощью логического квадрата и гексагона, объединяющего системы априорного знания и эмпирические теории, а также, соответственно, теории, основанные на классической пропозициональной логике и как-то отклоняющиеся от нее. В частности, можно предположить, что $Ф^0$ представляет собой формализацию интуиционизма Брауэра [3], [4], [5], [7] более адекватную его философии логики, чем та формализация, которую предложил Гейтинг [6], [7].

Пусть символ “t” обозначает некую (любую) теорию, имеющую рекурсивно перечислимое множество аксиом, а “Emp(t)” обозначает мета-теоретическое свойство «теория t, как целое, является *эмпирической*». Символ “Apr(t)” обозначает мета-теоретическое свойство «теория t представляет собой систему исключительно *априорного* знания». Символ “Cla(t)” – «теория t основывается на *классической* пропозициональной логике». “Con(t)” – «теория t логически *непротиворечива*». “Com(t)” – «теория t *полна*». “Dec(t)” – «теория t *разрешима*».

Понятия “Emp(t)” и “Apr(t)” определяются следующим образом. Определение DF2: Apr(t) $\leftrightarrow$ (Cla(t) & Con(t) & Com(t) & Dec(t)). Определение DF3: Emp(t) $\leftrightarrow$ ($\neg$Cla(t) $\vee$ $\neg$Con(t) $\vee$ $\neg$Com(t) $\vee$ $\neg$Dec(t)). Следствие 1: Apr(t) $\leftrightarrow$ ($\neg$Emp(t). Следствие 2: Emp(t) $\leftrightarrow$ $\neg$Apr(t)).

Система логических отношений между упомянутыми выше мета-теоретическими понятиями графически моделируется приведенными ниже (на Рис. 1) логическим квадратом и гексагоном. Впервые эти квадрат и гексагон концептуальной оппозиции мета-теоретических понятий были представлены в устном докладе автора на седьмом всемирном конгрессе по логическому квадрату [13].

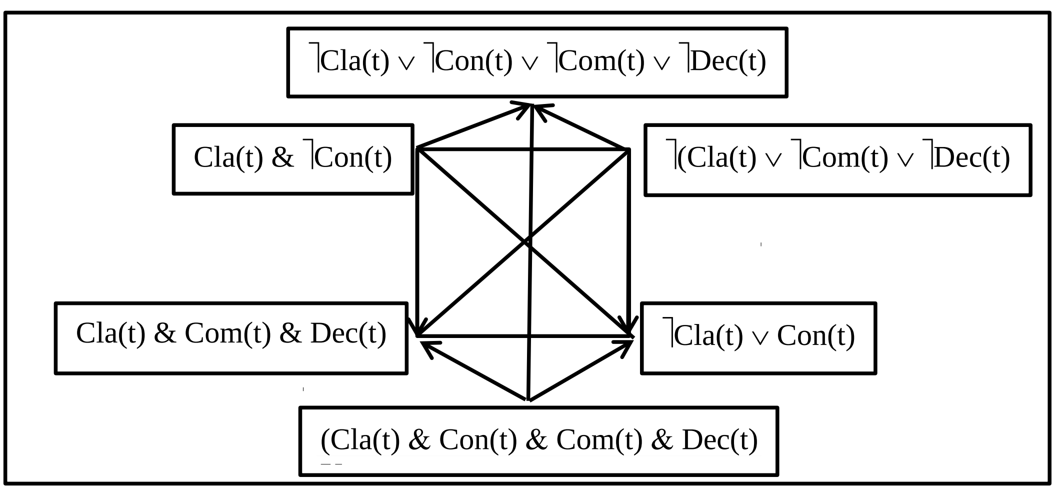

Рис.1. Логические квадрат и гексагон, объединяющие эмпирические теории с априорными

5. Доказательство непротиворечивости теории Φ^0

Для доказательства непротиворечивости формальной теории Φ^0 используется некая ее *интерпретация*. Прежде всего, перейдем от схем аксиом теории Φ^0, записанных на метаязыке, к аксиомам, записанным на ее языке-объекте. Результат такого перехода – следующая ниже система аксиом.

AX1*: $Ap \supset (\Box q \supset q)$.
AX2*: $Ap \supset (\Box(p \supset q) \supset (\Box p \supset \Box q)$.
AX3*: $Ap \leftrightarrow (Kq \,\&\, (\neg\Diamond\neg p \,\&\, \neg\Diamond Sp \,\&\, \Box(q \leftrightarrow \Box q)))$.
AX4*: $Ep \leftrightarrow (Kq \,\&\, (\Diamond\neg p \,\&\, \Diamond Sp \,\&\, \neg\Box(q \leftrightarrow \Box q)))$.
AX5*: $(\Box p \supset \Diamond p)$.
AX6*: $(\Box q \,\&\, \Box\Box q) \supset q)$.
AX7*: $(F_1{}^1x{=}{+}{=}L_1{}^1x) \leftrightarrow (G[F_1{}^1x] \leftrightarrow G[L_1{}^1x])$.
AX8*: $(F_1{}^1x{=}{+}{=}g) \supset \Box G[F_1{}^1x])$.
AX9*: $(F_1{}^1x{=}{+}{=}b) \supset \Box W[F_1{}^1x])$.
AX10*: $(Gp \supset \neg Wp)$.
AX11*: $(Wp \supset \neg Gp)$.
AX12*: $(Ap \supset (p \supset p))$.

Дефиниция DF1*: $\Diamond p$ есть *сокращенное название* для $\neg\Box\neg p$, т.е. $(\Diamond\omega \leftrightarrow \neg\Box\neg\omega)$, по определению.

Некая функция, обозначаемая символом #, и именуемая *интерпретацией* аксиом формальной теории Φ^0, точно определяется следующей ниже совокупностью пунктов 1—26. (В данной части работы, символ «t» обозначает «истинно», а символ «f» обозначает «ложно»).

1) Для любых формул δ и λ теории Φ^0, и для любой классической бинарной логической связки $\otimes$, истинно, что $\#(\delta \otimes \lambda) = (\#\delta \otimes \#\lambda)$.
2) Для любой формулы δ теории Φ^0, истинно, что $\#\urcorner\delta = \urcorner\#\delta$. (Здесь символ «$\urcorner$» обозначает классическую унарную логическую операцию «отрицание».)
3) $\#Ap = f$.
4) $\#\Box q = f$.
5) $\#q = t$.
6) $\#p = t$.
7) $\#\Box(p \supset q) = f$.
8) $\#\Box p = f$.
9) $\#Kp = t$.
10) $\#\Diamond\urcorner p = t$.
11) $\#\Diamond Sp = t$.
12) $\#\Box(q \leftrightarrow \Box q) = f$.
13) $\#Ep = t$.
14) $\#\Diamond p = t$.
15) $\#\Box\Box q) = f$.
16) $\#G[F_1{}^1x] = t$. (В данной интерпретации символ $F_1{}^1$ обозначает *ценностную функцию* «*свобода* (кого) *x*». См. Табл.1.)
17) $\#G[L_1{}^1x] = t$. (В данной интерпретации символ $L_1{}^1$ обозначает *ценностную функцию* «*бытие, жизнь* (кого) *x*». См. Табл.1.)
18) $\#(F_1{}^1x{=}{+}{=}L_1{}^1x) = t$.
19) $\#(F_1{}^1x{=}{+}{=}g) = f$.
20) $\#(F_1{}^1x{=}{+}{=}b) = f$.
21) $\#\Box G[F_1{}^1x] = f$.
22) $\#\Box W[F_1{}^1x] = f$.
23) $\#Gp = t$.
24) $\#Wp = f$.
25) $\#\Box\urcorner p = f$.
26) $\#(p \supset p) = t$.

В определенной выше *интерпретации* # формальной теории $Ф^0$, аксиомы AX1*—AX12* истинны, определение DF1* истинно, а единственное правило логического вывода (modus ponens) сохраняет истинность, следовательно, преложенная интерпретация # формальной теории $Ф^0$, является моделью этой теории и, следовательно, формальная теория $Ф^0$ является логически непротиворечивой, так как для нее существует модель.

Литература

[1] Béziau, J.-Y. (Ed.). *Universal Logic: An Anthology*. Springer Nature, 2012.

[2] Béziau, J.-Y., Buchsbaum, A., Rey, C. (Eds.). *Handbook of the 6th World Congress and School on Universal Logic*. Vichy, France, University Clermont Auvergne, 2018.

[3] Brouwer, L. E. J. (1975). On the unreliability of the logical principles. In A. Heyting (Ed.). *The collected works of L.E.J. Brouwer* (pp. 107-111). Amsterdam: North Holland.

[4] Brouwer, L. E. J. (1983). Intuitionism and formalism. In P. Benacerraf and H. Putnam (Eds.). *Philosophy of Mathematics* (pp. 77-89). Prentice Hall, Englewood Cliffs N.J., Cambridge: Cambridge University Press.

[5] Dalen, D. Van. (1981). Brouwer's Cambridge lectures on intuitionism. Cambridge: The University Press.

[6] Heyting, A. (1956). *Intuitionism: an introduction*. Amsterdam: North-Holland.

[7] Heyting, A. (ed.). (1975). *L. E. J. Brouwer: Collected Works* (Volume 1: *Philosophy and Foundations of Mathematics*), Amsterdam and New York: Elsevier.

[8] Lobovikov, V. O. Knowledge Logic and Algebra of Formal Axiology: A Formal Axiomatic Epistemology Theory Sigma Used for Precise Defining the Exotic Condition Under Which Hume-and-Moore Doctrine of Logically Unbridgeable Gap Between Statements of Being and Statements of Value is Falsified, *Antinomies* 2020, 20/4, pp. 7–23, https://doi.org/10.24411/2686- 7206-2020-10401

[9] Lobovikov, V. O. A Formal Deductive Inference of the Law of Inertia in a Logically Formalized Axiomatic Epistemology System Sigma from the Assumption of Knowledge A-Priori-Ness, *Journal of Applied Mathematics and Physics,* 2021, 9/3, pp. 441-467, https://doi.org/10.4236/jamp.2021.93031

[10] Lobovikov, V. O. Formal Inferring the Law of Conservation of Energy from Assuming A-Priori-ness of Knowledge in a Formal Axiomatic Epistemology System Sigma, *Journal of Applied Mathematics and Physics*, 2021, 9/5, pp. 1011-1040, https://doi.org/10.4236/jamp.2021.95070

[11] Lobovikov, V. O. A Logically Formalized Axiomatic Epistemology System Σ + C and Philosophical Grounding Mathematics as a Self-Sufficing System, *Mathematics,* 2021, 9/16, 1859 https://doi.org/10.3390/math9161859

[12] Lobovikov, V. O. Axiomatizing Philosophical Epistemology, a Formal Theory "Sigma + 2C", and Philosophical Foundations of Mathematics, in: A.V. Hlebalin (ed.). *Analytical Philosophy: History Trajectories and Development Vectors: Proceedings of the International Scientific Conference Devoted to 80th Anniversary of V.V. Tselischev – Scientific Leader of the Institute of Philosophy and Law of Siberian Branch of Russian Academy of Sciences (February 25–26, 2022).* Novosibirsk: Ofset TM, 2022, pp. 43-52.

[13] Lobovikov, V. O. A new metatheoretic square and hexagon uniting empirical theories with *a-priori* ones, and uniting theories based on the classical logic with ones based on a nonclassical logic, in: Lorenz Demey, Dany Jaspers & Hans Smessaert (eds.). *Handbook of the 7th World Congress on the Square of Opposition "Square 2022", September 9-13, 2022* (www.square-of-opposition.org), Leuven, Belgium, 2022, pp. 53-54.